

## **Návrh a realizace LC prvků prostřednictvím plošných spojů.**

## **Design and implementation of LC elements via printed circuit boards.**

Jakub Tepper

Bakalářská práce  
Vedoucí práce: Ing. Václav Sládeček, Ph.D.  
Ostrava 2021

## **Prohlášení studenta**

Prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci vypracoval samostatně. Uvedl jsem všechny literární prameny a publikace, ze kterých jsem čerpal.

V Ostravě dne: *29. dubna 2021*

.....  
podpis studenta

## **Poděkování**

Rád bych poděkoval panu Ing. Václavu Sládečkovi, Ph.D. za odbornou pomoc a konzultaci při vytváření této bakalářské práce.

## **Abstrakt**

Ve své bakalářské práci se v teoretické části zaměřím na možnosti použití a oblast aplikací pasivních elektronických prvků, realizovaných metodou plošných spojů. Také nastíním postup pro návrh plošných cívek a plošných kondenzátorů v softwaru Eagle a některé možnosti měření indukčností, přičemž se zaměřím na malé indukčnosti.

V praktické části budu realizovat mnou navržené plošné cívky a plošné kondenzátory a pokusím se je využít v rezonančním obvodu, díky kterému změřím jejich přesnou indukčnost. Kapacitu kondenzátorů změřím automatickým měřičem BM591 a následně zhodnotím, jak tyto hodnoty odpovídají teoretickým hodnotám.

## **Klíčová slova**

Indukčnost; plošné cívky; měření indukčnosti; plošné vinutí; rezonanční obvod; plošné kondenzátory; kapacita

## **Abstract**

In my bachelor's thesis, in the theoretical part, I will focus on the possibilities of use and application of passive electronic components, realized by the method of printed circuit boards. I will also outline the procedure for the design of planar coils and planar capacitors in Eagle software and some possibilities for measuring inductances, focusing on small inductances.

In the practical part I will implement my designed surface coils and surface capacitors and I will try to use them in a resonant circuit, thanks to which I will measure their exact inductance. I measure the capacity of capacitors with an automatic meter BM591 and then evaluate how these values correspond to the theoretical values.

## **Key words**

Inductance; flat coils; inductance measurement; flat winding; resonant circuit; planar capacitors; capacity

## Seznam použitých symbolů

Symbol	Jednotky	Význam symbolu
<b>U</b>	V	Napětí
<b>I</b>	A	Proud
<b>R</b>	$\Omega$	Odpor
<b>Z</b>	$\Omega$	Impedance
<b>L</b>	H	Indukčnost
<b>C</b>	F	Kapacita
<b>Q</b>	-	Činitel jakosti

## Seznam použitých zkratek

Zkratka	Význam
<b>LC</b>	Cívka-kondenzátor
<b>SMT</b>	Surface mount technology
<b>SMD</b>	Surface mount device
<b>RFID</b>	Radio Frequency Identification
<b>DPS</b>	Deska plošného spoje

## Seznam obrázků

- Obrázek 1: Obrázek vyleptané dvouvrstvé desky plošného spoje (převzato z Design desky plošných spojů. *Soselectronic* [online]. [cit. 2021-4-28]. Dostupné z: <https://www.soselectronic.cz/articles/sos-supplier-of-solution/design-desky-plosnych-spoju-jaka-je-technologie-vyroby-desky-plosnych-spoju-4-cast-1988>)
- Obrázek 2: Některé z běžných tvarů planárních cívek (v software Eagle)
- Obrázek 3: Obrázek plošného transformátoru s feromagnetickým jádrem (převzato z Transformer types. *Wikipedia* [online]. [cit. 2021-4-28]. Dostupné z: [https://en.wikipedia.org/wiki/Transformer\\_types](https://en.wikipedia.org/wiki/Transformer_types))
- Obrázek 4: Provedení kondenzátoru metodou plošného spoje
- Obrázek 5: Schéma náhradního zapojení reálné cívky a fázorový diagram (převzato z Náhradní zapojení reálné cívky. *ELEKTRONICKÁ UČEBNICE* [online]. [cit. 2021-4-28]. Dostupné z: <https://eluc.kr-olomoucky.cz/verejne/lekce/564>)
- Obrázek 6: Schéma zapojení pro metodu měření s ampermetrem, voltmetrem (převzato z BENEK, Jan. *Metody měření indukčnosti*. Plzeň, 2015. Bakalářská práce. ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI.)
- Obrázek 7: Schéma zapojení pro metodu s Maxwell-Wienovým můstkem (převzato z BENEK, Jan. *Metody měření indukčnosti*. Plzeň, 2015. Bakalářská práce. ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI.)
- Obrázek 8: Schéma zapojení sériového rezonančního obvodu
- Obrázek 9: Schéma zapojení paralelního rezonančního obvodu
- Obrázek 10: Nástroj pro návrh plošných cívek v prostředí Eagle
- Obrázek 11: Náčrt plošného hřebenového kondenzátoru
- Obrázek 12: Navrhované cívky
- Obrázek 13: Schéma zapojení při měření napětí na kondenzátoru, cívce a rezistoru
- Obrázek 14: Měření indukčnosti cívek rezonanční metodou
- Obrázek 15: Navrhované kondenzátory v softwaru Eagle
- Obrázek 16: Měřicí zařízení BM591 (převzato z BM591. *Hd.cz* [online]. [cit. 2021-4-28]. Dostupné z: [http://www.hd.cz/meraky/tesla\\_bm591.php](http://www.hd.cz/meraky/tesla_bm591.php))
- Obrázek 17: Princip zapojení přístroje BM591 (převzato z TESLA BM 591: AUTOMATICKÝ MĚŘIČ RLCG. Brno, 1980)



## Seznam tabulek

Tabulka 1: Dovolené proudy pro tloušťku měděné fólie 35  $\mu\text{m}$  (převzato z Rigoletto [online]. [cit. 2021-4-28]. Dostupné z: <http://stuntj.sweb.cz/file/tabmeddps.pdf>)

Tabulka 2: Tabulka konstant pro některé tvary cívek

Tabulka 3: Konstanty pro druhý vztah

Tabulka 4: Přehled hodnot pro některé tvary

Tabulka 5: Navrhované hodnoty pro kruhové plošné cívky

Tabulka 6: Navrhované hodnoty pro čtvercové plošné cívky

Tabulka 7: Teoreticky vypočítané hodnoty kondenzátorů

Tabulka 8: Součásti zapojení BM591

Tabulka 9: Srovnání teoretických a změřených hodnot kruhových plošných cívek

Tabulka 10: Srovnání teoretických a změřených hodnot čtvercových plošných cívek

Tabulka 11: Srovnání teoretických a změřených hodnot kondenzátorů

## Seznam rovnic

- Rovnice 2.1: Obecná rovnice pro výpočet indukčnosti
- Rovnice 2.2: Výpočet odporu vodiče
- Rovnice 2.3: Napětí na cívce
- Rovnice 2.4: Napětí na rezistoru
- Rovnice 2.5: Napětí na impedanci
- Rovnice 2.6: Impedance reálné cívky
- Rovnice 2.7: Výpočet indukčnosti
- Rovnice 2.8: Výpočet indukčnosti
- Rovnice 2.9: Vztah pro Maxwell-Wienův článek
- Rovnice 2.10: Výpočet odporu u Maxwell-Wienova článku
- Rovnice 2.11: Výpočet indukčnosti cívky u Maxwell-Wienova článku
- Rovnice 2.12: Efektivní hodnota napětí v rezonančním obvodu
- Rovnice 2.13: Efektivní hodnota napětí v rezonančním obvodu
- Rovnice 2.14: Výpočet impedance
- Rovnice 2.15: Výpočet fázového rozdílu
- Rovnice 2.16: Výpočet reaktance
- Rovnice 2.17: Výpočet rezonanční frekvence
- Rovnice 2.18: Výpočet proudu v rezonančním obvodu
- Rovnice 2.19: Výpočet admitance
- Rovnice 2.20: Výpočet ztrátového odporu
- Rovnice 2.21: Činitel jakosti rezonančního obvodu při rezonanční frekvenci
- Rovnice 2.22: Činitel jakosti rezonančního obvodu při rezonanční frekvenci
- Rovnice 2.23: Činitel jakosti rezonančního obvodu při rezonanční frekvenci
- Rovnice 2.24: Výpočet sériového odporu
- Rovnice 2.25: Výpočet rezonanční impedance
- Rovnice 2.26: Proud při rezonančním kmitočtu
- Rovnice 2.27: Výpočet napětí na reaktanci L
- Rovnice 2.28: Výpočet napětí na reaktanci C
- Rovnice 2.29: Výpočet indukčnosti plošné cívky
- Rovnice 2.30: Výpočet fázového posuvu
- Rovnice 2.31: Výpočet indukčnosti plošné cívky empiricky odvozeným vztahem
- Rovnice 2.32: Výpočet indukčnosti odvozenou Wheelerovou rovnicí
- Rovnice 2.33: Výpočet průměru cívky
- Rovnice 2.34: Obecný vzorec pro kapacitu
- Rovnice 2.35: Kapacita kondenzátoru
- Rovnice 2.36: Výpočet kapacity plošného kondenzátoru
- Rovnice 3.1: Výpočet indukčnosti odvozený z Thompsonova vztahu

# Obsah

Úvod.....	- 12 -
1 Možnosti použití a oblast aplikací pasivních elektronických prvků, realizovaných metodou plošných spojů.....	- 13 -
1.1 Deska plošného spoje .....	- 13 -
1.2 Možnosti využití LC prvků realizovaných prostřednictvím DPS .....	- 13 -
1.2.1 Planární vinutí .....	- 14 -
1.2.2 Planární transformátor .....	- 14 -
1.2.3 Planární kondenzátor .....	- 16 -
1.2.4 Integrované antény .....	- 16 -
2 Teoretické výpočty (návrh) prvků .....	- 17 -
2.1 Indukčnost .....	- 17 -
2.2 Měření indukčnosti.....	- 18 -
2.2.1 Sériový rezonanční obvod .....	- 21 -
2.2.2 Paralelní rezonanční obvod .....	- 22 -
2.2.3 Činitel jakosti .....	- 23 -
2.3 Návrh plošné cívky.....	- 24 -
2.4 Kapacita.....	- 26 -
2.5 Návrh plošného kondenzátoru.....	- 27 -
3 Praktický návrh .....	- 28 -
3.1 Praktický návrh plošných cívek .....	- 28 -
3.2 Měření indukčnosti navrhnutých cívek .....	- 29 -
3.3 Praktický návrh plošných kondenzátorů .....	- 30 -
3.4 Měření kapacit navrhnutých kondenzátorů .....	- 31 -
4 Srovnání vypočtených a reálných hodnot .....	- 34 -
4.1 Srovnání hodnot plošných cívek .....	- 34 -
4.2 Srovnání hodnot plošných kondenzátorů .....	- 34 -
Závěr .....	- 36 -
Použitá literatura .....	- 37 -

---

## Úvod

Cílem této práce je popsat možnosti použití a aplikaci pasivních elektronických prvků metodou plošných spojů. V úvodní kapitole jsou popsány možnosti realizace cívek a kondenzátorů metodou plošného spoje a následně některá jejich využití a aplikace.

V druhé kapitole jsem se zaměřil na postup a možnosti při návrhu těchto prvků a věnoval jsem se metodám měření malých indukčností, zvláště pak metodě měření indukčnosti rezonančním obvodem.

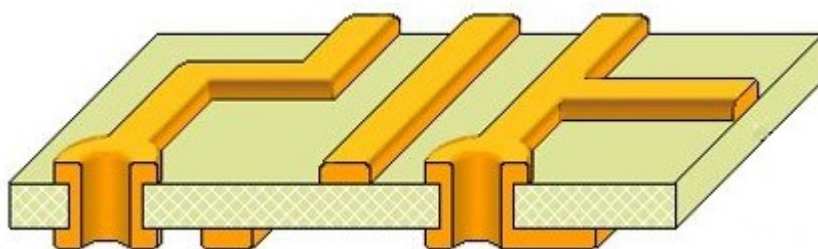
Část práce jsem věnoval samotnému návrhu prvků v softwaru Eagle. Byly navrženy a vyrobeny 4 cívky a 2 kondenzátory, kdy cívky měly kruhový a čtvercový tvar.

Závěr práce je věnovaný shrnutí naměřených a navržených hodnot a zhodnocení případných odchylek.

# 1 Možnosti použití a oblast aplikací pasivních elektronických prvků, realizovaných metodou plošných spojů.

## 1.1 Deska plošného spoje

Deska plošného spoje (zkráceně DPS) je deskou, která se osazuje elektronickými součástkami pro úsporu místa, získání potřebného pevného tvaru a lepší chlazení. Jednotlivé elektronické součástky jsou dle potřeby propojeny vodivými cestami.



Obr. 1: Obrázek vyleptané dvouvrstvé desky plošného spoje

Pro výrobu samotné desky se nejčastěji využívá laminát ze skelné tkaniny sycený epoxidovou pryskyřicí. Na jedné nebo na obou stranách je přilepena měděná fólie. Tloušťka laminátu bývá běžně 1 až 1,5 mm, zatímco tloušťka měděné fólie je nejčastěji 17 nebo 35  $\mu\text{m}$ . Pro náročnější obvody je možné použít i jiné tloušťky. Takovéto desky se objevují pod obchodním názvem cuprexit. [1]

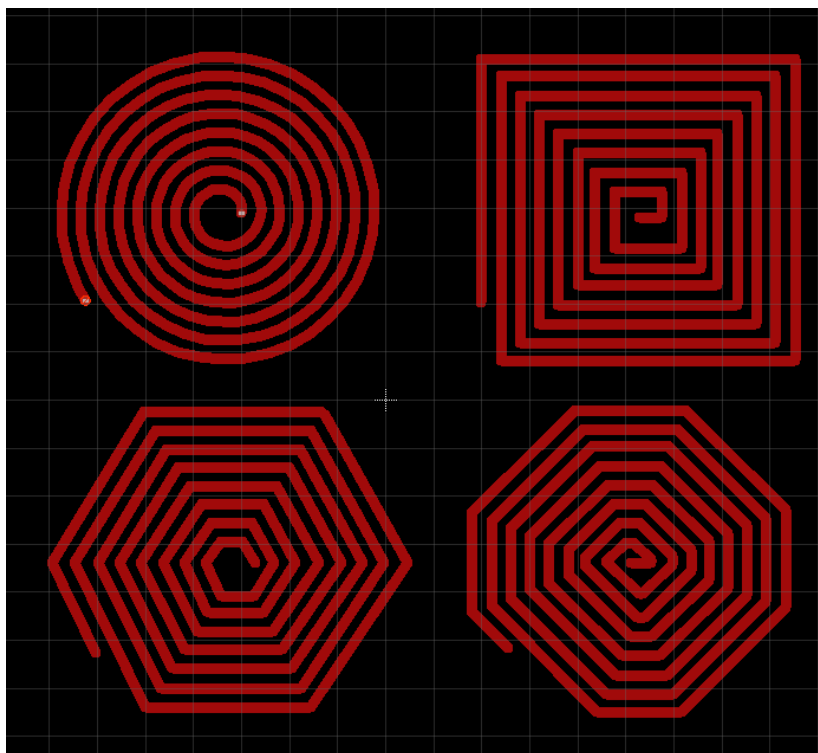
Při výrobě DPS se dnes běžně dělá návrh v CAD softwaru, jako je třeba EAGLE. Při návrhu musíme dbát především na vyrobitelnost, způsob osazování desky a hledisko elektrické funkce. Dle šablony získané při návrhu se poté vyvrtají otvory pro osazení součástek. Očistí se měděná vodivá vrstva a zakryjí se vodivé cesty. V průmyslovém měřítku se používají fotolitografické techniky, v domácích podmínkách je ale možno zakrýt vodivé cesty ručně nanášeným lakem. Po odleptání mědi se odstraní leptuvzdorná vrstva. Po dokončení mechanických úprav a očištění je deska připravena pro osazování. [1]

## 1.2 Možnosti využití LC prvků realizovaných prostřednictvím DPS

Planární provedení LC prvků je alternativou k běžným tlumivkám či kondenzátorům. Díky využití několikavrstvé technologie jsme schopni touto metodou zajistit menší rozměry, avšak za vyšší cenu, způsobenou převážně nutnou manuální prací při výrobě. Velkou výhodou je také opakovatelnost vlastností a s tím související potřeba testování jen v malém rozsahu.

### 1.2.1 Planární vinutí

Plošné tlumivky se využívají často jako součásti spínaných zdrojů pro technologii SMT, pasivních NFC štítků a v poslední době se rozvíjí i technologie pro bezdrátové nabíjení Qi-standard. Také jsou neodmyslitelnou součástí radiotechniky (RFIC). Mohou nabývat nejrozličnějších tvarů jako např. kruh, čtverec, obdélník nebo hexagon.



Obr. 2: Některé z běžných tvarů planárních cívek (v software Eagle)

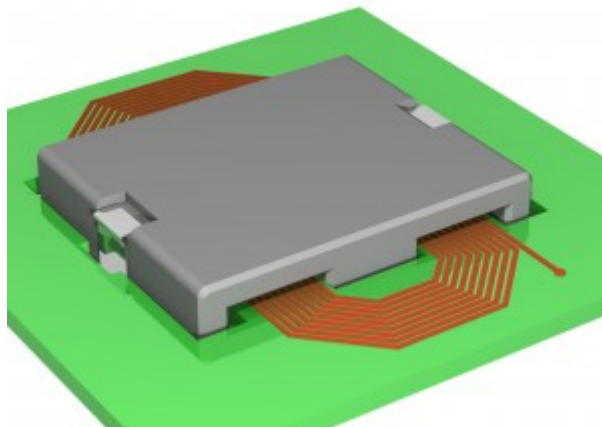
Plošné cívky jsou vyleptány přímo na povrch desky plošného spoje a jsou v podstatě jen vodivou cestou. Rozsah indukčností plošných cívek je malý a zpravidla nepřesahuje 10 mH.

Pro návrh se využívá základních charakteristik plošné cívky jako vnitřní průměr  $d$ , vnější průměr  $D$ , počet závitů  $N$ , vzdálenost mezi jednotlivými závity  $s$ , šířku závitu  $w$  a výšku vodivé cesty  $h$ . Pro výpočet indukčnosti plošných cívek se vytvořilo mnoho více či méně přesných rovnic, které buď respektují tvar cívky nebo jsou univerzální pro všechny tvary.

### 1.2.2 Planární transformátor

Plošné transformátory jsou obsaženy ve více vrstvách desky plošného spoje, přičemž vrstvy obsahují střídavě primární a sekundární vinutí. Jako izolační materiál mezi vrstvami může sloužit polymide o tloušťce 50  $\mu\text{m}$ , který dosahuje elektrické pevnosti 3 kV. Přínosem planární

technologie výroby transformátorů je dobrá účinnost (300W transformátor se spínaným kmitočtem 100 kHz má účinnost 98%) a dobrá opakovatelnost charakteristik, která zajišťuje snazší testování výrobků. [2] [3]



Obr. 3: Obrázek plošného transformátoru s feromagnetickým jádrem

Při návrhu se dbá na šířku vodivé cesty podle hustoty elektrického proudu a elektrické vodivosti. Také je třeba správně určit materiál jádra, které má za úkol zvýšení účinnosti zesílením indukčního přenosu energie mezi cívkami. Pro transformátory malých výkonů s planárním vinutím se většinou používají na výšku zkrácená E a RM jádra. Možné je také slepení jader tvaru I, popřípadě I jader s upravenými rozměry. [2] [3]

Tab. 1: Dovolené proudy pro tloušťku měděné fólie 35  $\mu\text{m}$

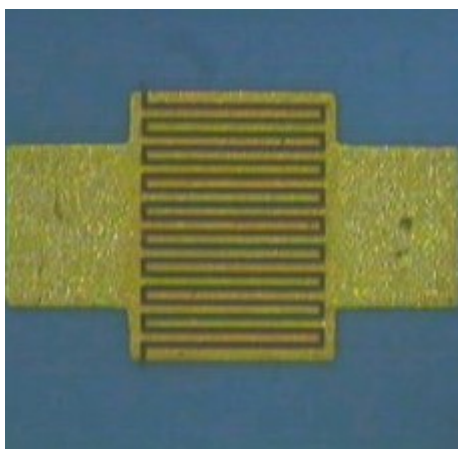
Šířka spoje (mm)	Největší oteplení fólie ('C)		
	30	50	70
	Dovolný proud (A)		
0,8	2,0	2,9	3,4
1,0	2,4	3,1	3,8
1,5	3,0	3,9	4,5
2,0	3,6	4,7	5,6
2,5	4,3	5,6	6,8
3,0	5,0	7,0	8,6
5,0	6,0	8,0	10,0

Planární transformátory se mohou používat pro vysoké spínací frekvence (až 1 MHz) a nízké napětí (3 až 5V). Použitím vícevrstvých planárních transformátorů získáme lepší chladicí schopnosti než u klasického transformátoru, tudíž můžeme pracovat s většími výkony. Toto je způsobeno nižším teplotním odporem (až o 50 %). [2] [3]

Při použití plošného transformátoru je vedení integrováno na více deskách a může být propojeno přes piny, prokovením otvorů v deskách pájkou a nebo se integruje přímo do desky plošného spoje.

### 1.2.3 Planární kondenzátor

Metodou plošného spoje je možné vyrobit i kondenzátor. Tato metoda se ale moc nepoužívá, protože kondenzátor zabírá na desce plošného spoje velký prostor. Na desce plošného spoje jsou vedeny 2 vodivé cesty tak, aby byla jejich společná plocha co největší a tím vzrostla kapacita. Využívá se tzv. „hřebenových“ kondenzátorů podle propletení vodivých cest do sebe. Kapacita je poté dána společnou plochou mezi vodivými cestami a permitivitou DPS.



Obr. 4: Provedení kondenzátoru metodou plošného spoje

### 1.2.4 Integrované antény

Antény jsou používány v radiotechnice jako její základní prvek. Antény mohou pracovat jako přijímače nebo jako vysílače. Integrované antény využívají záření elementární plošky tzv. Huygensův princip.

Antény integrované na DPS mohou mít různé tvary, avšak zabírají na desce velký prostor. Mají také nižší účinnost než klasické drátové antény, dají se ale jednoduše vyrábět a jsou levné i při malosériové výrobě. Největší nevýhody plynou z úzké impedanční šířky pásma, malé vyzařovací schopnosti a nízké polarizační čistotě. [4]

Časté tvary integrovaných antén jsou meandrové antény, kruhové antény nebo IF antény. Dalším rozdílem oproti klasickým anténám je, že zdrojem záření je plocha, nad kterou je ve dvou rozměrech rozložen proud. U klasické antény je vlnění vyzařováno protékáním proudem částmi vodiče.



## 2 Teoretické výpočty (návrh) prvků

### 2.1 Indukčnost

Indukčnost je schopnost systému elektricky vodivých těles, kterými protéká elektrický proud, vytvářet ve svém okolí magnetické pole. Jedná se tedy o koeficient mezi magnetickým tokem a elektrickým proudem, který magnetický tok vyvolává. Čím větší je indukčnost, tím větší je magnetické pole vznikající ve smyčce při stejné velikosti procházejícího elektrického proudu. Indukčnost je jednou z nejdůležitějších vlastností vodičů a elektrických prvků, zejména cívek, ale vzniká například i v rezistorech. V rezistorech je ovšem velmi malá, takže se často zanedbává.

Pokud bychom měli cívku s  $N$  závitů a protékajícím proudem  $I$ , indukuje se v cívice magnetický tok  $\Phi$  a toto se dá vyjádřit základní statickou definicí:

$$L = \frac{\Phi}{I} \quad (2.1)$$

U cívek je celková smyčka, kterou prochází proud, tvořena více závitů a do plochy smyčky se musí zahrnout plocha každého závitu. Vzorec proto obsahuje celkový cívkový magnetický indukční tok, který se rovná součtu magnetických indukčních toků na všech závitech. U vodičů s velkými průřezy je nutno uvažovat kromě okolí vodiče i jeho vlastní vnitřní prostředí. Stanovení indukčnosti je poté složitější.

Pokud se nemění rozložení vodičů v prostoru, zůstává vlastní indukčnost závislá na materiálových vlastnostech prostředí, ve kterém je magnetické pole vytvářeno. Pokud je toto prostředí magneticky lineární a jeho permeabilita je tedy k velikosti magnetického pole neustále stejná, zůstává vlastní indukčnost konstantní.

Pokud je prostředí vodiče magneticky nelineární, mění se indukčnost cívky (nebo jiného systému vodičů) s protékajícím proudem. Mluvíme potom o tzv. nelineární cívice. Permeabilita prostředí  $\mu$  se poté mění v závislosti na intenzitě magnetického pole  $H$ . Indukčnost  $L$  se poté zase mění v závislosti na protékajícím proudu  $I$  cívkou.

U cívky s feromagnetickým jádrem (často železným) s protékajícím proudem dynamická indukčnost nejprve vzroste ke svému maximu a až poté klesá k hodnotám staticky definované vlastní indukčnosti. [5]

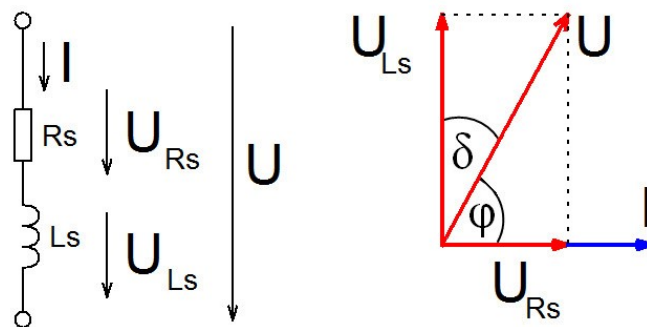
## 2.2 Měření indukčnosti

Technická cívka nemá nikdy jen čistou indukčnost, jelikož je navinuta z vodiče, který má určitý měrný odpor  $\rho$ , určitou délku  $l$  a určitou plochu průřezu  $S$ . Proto nahrazujeme reálnou cívku náhradním schématem o indukčnosti  $L$  a odporem  $R$ , které jsou zapojeny do série.

$$R = \rho \frac{l}{S} \quad (2.2)$$

Cívka ovšem obsahuje také parazitní kapacitu. Ta je ale malá a proto se často může zanedbat. Pro vysoké frekvence se ovšem už zapojuje do série i kondenzátor, jelikož vzniká kapacita mezi vinutími technické cívky.

Pro měření indukčnosti se používají 3 základní metody: Ohmova metoda (měření za pomoci ampermetru a voltmetru), měření s rezonančním obvodem a můstkové metody. [7]



Obr. 5: Schéma náhradního zapojení reálné cívky a fázorový diagram

Ideální cívka by se v obvodu chovala jako čistá indukčnost, posouvala by tedy fázor napětí o  $90^\circ$  před fázor proudu. Kvůli vznikajícím ztrát technické cívky je ovšem výsledný fázový posuv  $\varphi$  napětí  $U$  proti proudu  $I$  menší než  $90^\circ$  o ztrátový úhel cívky  $\delta$ .

Veličiny ve fázorovém diagramu (Obr. x) můžeme nahradit:

$$U_{Ls} = Ij\omega L; U_{Rs} = IR; U = IZ \quad (2.3; 2.4; 2.5)$$

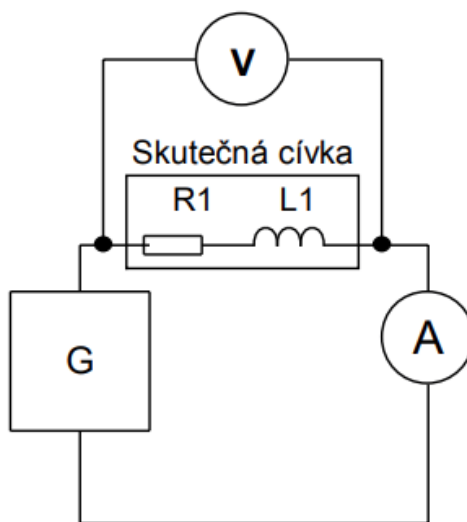
Z rovnic můžeme vyvodit, že impedance  $Z$  reálné cívky bude určena vektorovým součtem  $R$  a  $\omega L$ :

$$Z^2 = R^2 + (\omega L^2) \quad (2.6)$$

a z tohoto můžeme vyjádřit indukčnost  $L$ :

$$L = \frac{1}{\omega} \sqrt{Z^2 - R^2} \quad (2.7)$$

Pro výpočet indukčnosti  $L$  ohmovou metodou tedy potřebujeme znát impedanci cívky  $Z$ , činný odpor  $R$  a úhlový kmitočet  $\omega$ . Činný odpor  $R$  můžeme zjistit použitím měření ohmetrem při stejnosměrném proudu. Hodnotu impedance  $Z$  můžeme zjistit metodou s užitím vhodně zapojeného ampermetru a voltmetru:



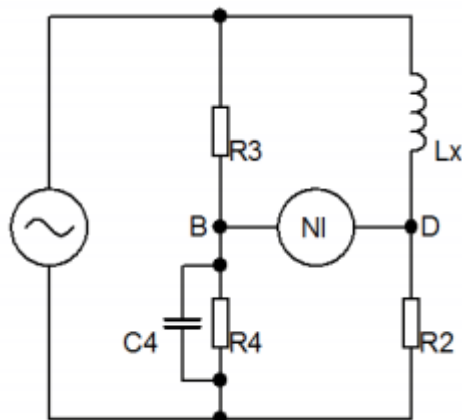
Obr. 6: Schéma zapojení pro metodu měření s ampermetrem, voltmetrem

Následně se změřené hodnoty mohou dosadit do upraveného vzorce:

$$L = \frac{1}{\omega} \sqrt{Z^2 - R^2} = \frac{1}{2\pi f} \sqrt{\frac{U^2}{I^2} - R^2} \quad (2.8)$$

Touto metodou jsme schopni měřit i malé indukčnosti technických cívek. Přesnost měření ale závisí na tom, jak precizně naměříme činný odpor  $R$ , na chybě vznikající kvůli možnému nedostatečně velkému vnitřnímu odporu voltmetru a na možném vlivu jiných magnetických polí, které mohou nežádoucím způsobem ovlivňovat výsledky měření. [12]

Další možná metoda je můstkové zapojení např. s Maxwell-Wienovým můstkem.



Obr. 7: Schéma zapojení pro metodu s Maxwell-Wienovým můstkem

Při měření touto metodou je zjišťovaná indukčnost  $L_x$  zapojena do jedné z větví můstku. Můstek se pro měření musí napěťově vyvážit, to znamená, že postupným vyrovnáváním musíme dosáhnout nulového napětí na ukazateli NI. U vyváženého Maxwell-Wienova článku platí:

$$(R_x + j\omega L_x) \frac{1}{1 + j\omega R_4 C_4} = R_2 R_3 \quad (2.9)$$

Po dosazení:

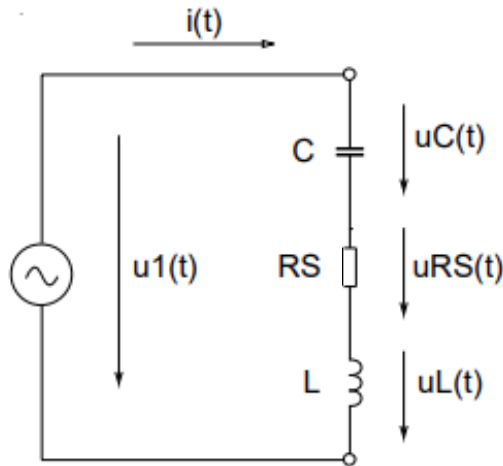
$$R_x = R_2 \frac{R_3}{R_4} \quad (2.10)$$

$$L_x = R_2 R_3 C_4 \quad (2.11)$$

Nevýhodou měření s tímto můstkem je to, že se vyvažování musí provádět také nastavováním kapacity. Můstek je také kmitočtově závislý. Při měření s použitím Owenova členu je možno provádět vyvažování pouze proměnnými odpory.

Pro měření indukčností v řádech jednotek uH je možné měření indukčnosti využitím vlastností rezonančního obvodu. Pro měření se dá využít sériový a paralelní rezonanční obvod. [11]

### 2.2.1 Sériový rezonanční obvod



Obr. 8: Schéma zapojení sériového rezonančního obvodu

V tomto zapojení prochází prvky obvodu stejný proud, ale napětí na prvcích se liší svou hodnotou a také fází. Napětí  $u_R$  má stejnou fázi jako proud, napětí  $u_L$  proud předbíhá a napětí  $u_C$  se za proudem zpožďuje. Kvůli fázovým rozdílům není možné vyjádřit celkovou hodnotu napětí  $u$  v celém obvodu aritmetickým součtem. Efektivní hodnotu napětí  $U_{ef}$  můžeme vyjádřit jako

$$U_{ef}^2 = U_R^2 + (U_L - U_C)^2 \quad (2.12)$$

kde  $U_R$ ,  $U_L$  a  $U_C$  jsou efektivní hodnoty napětí na prvcích v obvodu. Rovnici je možné rozvést dále

$$U_{ef} = \sqrt{(IR)^2 + (\omega LI - \frac{I}{\omega C})^2} = I \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2} \quad (2.13)$$

Celý obvod je pak možné charakterizovat vyjádřením impedance

$$Z = \frac{U}{I} = \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2} \text{ } [\Omega] \quad (2.14)$$

Fázový rozdíl  $\varphi$  napětí a proudu v obvodu je možné vyjádřit

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{U_L - U_C}{U_R} = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \quad (2.15)$$

Kde  $\varphi \in (-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$ . Také se zde využívá reaktance  $X$

$$X = X_L - X_C \quad (2.16)$$

Reaktance vyjadřuje vlastnosti té části obvodu střídavého proudu, v níž se elektromagnetická energie nepřeměňuje v teplo, ale v energii elektrického a magnetického pole. V teplo nebo mechanickou práci se elektromagnetická energie v ideálním případě mění pouze na

rezistoru. Energie kondenzátoru a cívky se přelévá mezi kondenzátorem a cívkou, aniž by byla konána práce.

Je-li v tomto obvodu při dané frekvenci  $f$  indukance obvodu  $X_L$  stejně velká jako jeho kapacitance  $X_C$ , nastává v obvodu rezonance. V tomto případě protéká obvodem maximální proud a rezonanční frekvenci vyjadřuje Thompsonův vztah

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (2.17)$$

### 2.2.2 Paralelní rezonanční obvod

Při paralelním zapojení rezonančního obvodu je na prvcích stejné napětí, ale proudy na jednotlivých prvcích jsou rozdílné. Liší se od sebe svou hodnotou a svou fází. Proud na rezistoru má stejnou fázi jako napětí, proud na cívce se za napětím zpožďuje a proud na kondenzátoru napětí předbíhá.

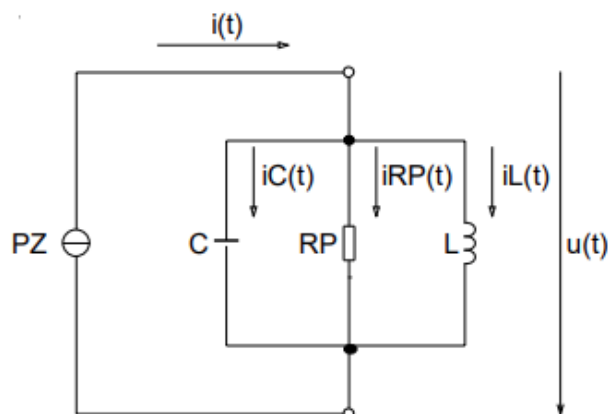
Vzhledem k různým fázím proudu na prvcích není možné získat celkový proud aritmetickým součtem proudů na prvcích. Je možné ho vyjádřit jako

$$I = \sqrt{\left(\frac{U}{R}\right)^2 + (\omega UC - \frac{U}{\omega L})^2} = U \sqrt{\frac{1}{R^2} + (\omega C - \frac{1}{\omega L})^2} \quad (2.18)$$

U paralelního zapojení se také charakterizuje admitance  $Y$

$$Y = \frac{1}{Z} = \sqrt{\frac{1}{R^2} + (\omega C - \frac{1}{\omega L})^2} \quad [\Omega^{-1}] \quad (2.19)$$

Rezonance se opět dosáhne v okamžiku, kdy se indukance  $X_L$  rovná kapacitanci  $X_C$ . Při rezonanci paralelního obvodu protéká obvodem minimální proud a dosahuje maximální impedance.



Obr. 9: Schéma zapojení paralelního rezonančního obvodu

### 2.2.3 Činitel jakosti

Na prvcích ve skutečném rezonančním obvodu se při průchodu proudem objevují proudové ztráty. Takové ztráty můžeme vyjádřit zařazením ztrátových odporů  $R_C$ ,  $R_L$  do série s cívku nebo kondenzátorem. Takovou cívku nebo kondenzátor poté můžeme považovat za bezdetrátové prvky. Tyto odpory se rovnají ztrátovému odporu

$$R_{S0} = R_L + R_C \quad (2.20)$$

Tímto odporem poté můžeme definovat činitel jakosti sériového obvodu naprázdno  $Q_0$  pro rezonanční kmitočet.

$$Q_0 = \frac{\omega_0 L}{R_{S0}} \quad (2.21)$$

$$Q_0 = \frac{1}{C R_{S0} \omega_0} \quad (2.22)$$

Pokud je pro rezonanční kmitočet známý činitel jakosti kondenzátoru  $Q_C = 1/\tan \delta$  a činitel jakosti cívky  $Q_L$ , je možné vypočítat celkový činitel jakosti obvodu

$$Q_0 = \frac{Q_C Q_L}{Q_C + Q_L} \quad (2.23)$$

Když je obvod připojen na zdroj signálu s vnitřním odporem  $R_i$ , nebo je do série s kondenzátorem a cívku zapojen ještě rezistor  $R$ , působí sériové odpory v obvodu souhlasně na jeho vlastnosti a vytváří dohromady odpor

$$R_S = R_{S0} + R_i + R \quad (2.24)$$

Činitel jakosti, který zahrnuje všechny tyto odpory, se poté nazývá provozní činitel jakosti.

Jelikož  $R_S$  bude vždy vyšší, než  $R_{S0}$ , bude činitel jakosti  $Q$  vždy menší, než činitel jakosti při rezonančním kmitočtu  $Q_0$ . Aby se tedy vlivem vnitřního odporu  $R_i$  příliš nezmenšil činitel jakosti, musí se sériové rezonanční obvody připojovat ke zdrojům s nízkým vnitřním odporem. Z vlastností rezonance plyne, že při rezonančním kmitočtu je celková impedance obvodu reálná. Tedy platí

$$Z_0 = R_S \quad (2.25)$$

Pokud působí na obvod v rezonanci napětí  $U$ , proud do obvodu se rovná

$$I = \frac{U}{R_S} \quad (2.26)$$

Napětí na reaktancích se dá vyjádřit

$$|U_L| = \omega_0 L I = \frac{\omega_0 L}{R_S} U = Q U \quad (2.27)$$

$$|U_C| = \frac{1}{\omega_0 C} I = \frac{1}{\omega_0 C} \frac{U}{R_S} = QU \quad (2.28)$$

Pro měření činitele jakosti se používá Q-metr. Ten využívá toho, že při rezonančním kmitočtu je na obou reaktancích napětí rovno Q-násobku napětí na celém sériovém rezonančním obvodu. [8]

## 2.3 Návrh plošné cívky

Pro výpočet teoretické indukčnosti navrhované plošné cívky bez užití softwaru nebo kalkulaček k tomu určených se dají využít tři vztahy, které jsou relativně přesné.

První vztah:

$$L = \frac{\mu_0 N^2 D_{avg} c_1}{2} \left( \ln\left(\frac{c_2}{\varphi}\right) + c_3 \varphi + c_4 \varphi^2 \right) \quad (2.29)$$

$$\varphi = \frac{(D-d)}{(D+d)} \quad (2.30)$$

[14]

Hodnoty  $c_n$  se určují dle tabulky:

Tab. 2: Tabulka konstant pro některé tvary cívek [14]

Tvar	c1	c2	c3	c4
Čtverec	1.27	2.07	0.18	0.13
Hexagon	1.09	2.23	0	0.17
Oktagon	1.07	2.29	0	0.19
Spirála	1	2.46	0	0.2



Druhým vztahem je empiricky odvozená rovnice vycházející z tvarů a hodnot tisíců cívek:

$$L = \beta D^{\alpha_1} W^{\alpha_2} D_{avg}^{\alpha_3} N^{\alpha_4} g^{\alpha_5} \quad (2.31)$$

W... šířka plošného závitů

g ... vzdálenost mezi dvěma závity [14]

Tab. 3: Konstanty pro druhý vztah [14]

Tvar	$\beta$	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\alpha_5$
Čtverec	$1,62 \cdot 10^{-3}$	-1,21	-0,147	2,4	1.78	-0,03
Hexagon	$1,28 \cdot 10^{-3}$	-1,24	-0,174	2.47	1.77	-0,049
Oktagon	$1,33 \cdot 10^{-3}$	-1,12	-0,163	2.43	1.75	-0,049

Třetí vztah jako odvození z Wheelerovy rovnice:

$$L = K_1 \mu_0 \frac{N^2 D_{avg}}{1 + K_2 \varphi} \quad (2.32)$$

[14]

Tab. 4: Přehled hodnot pro některé tvary cívek [14]

Tvar	$K_1$	$K_2$
Čtverec	2,34	3,75
Hexagon	2,33	3,82
Oktagon	2,25	3,55

L ... indukčnost

$$\mu_0 = 1,256 \cdot 10^{-6} \text{ NA}^{-2}$$

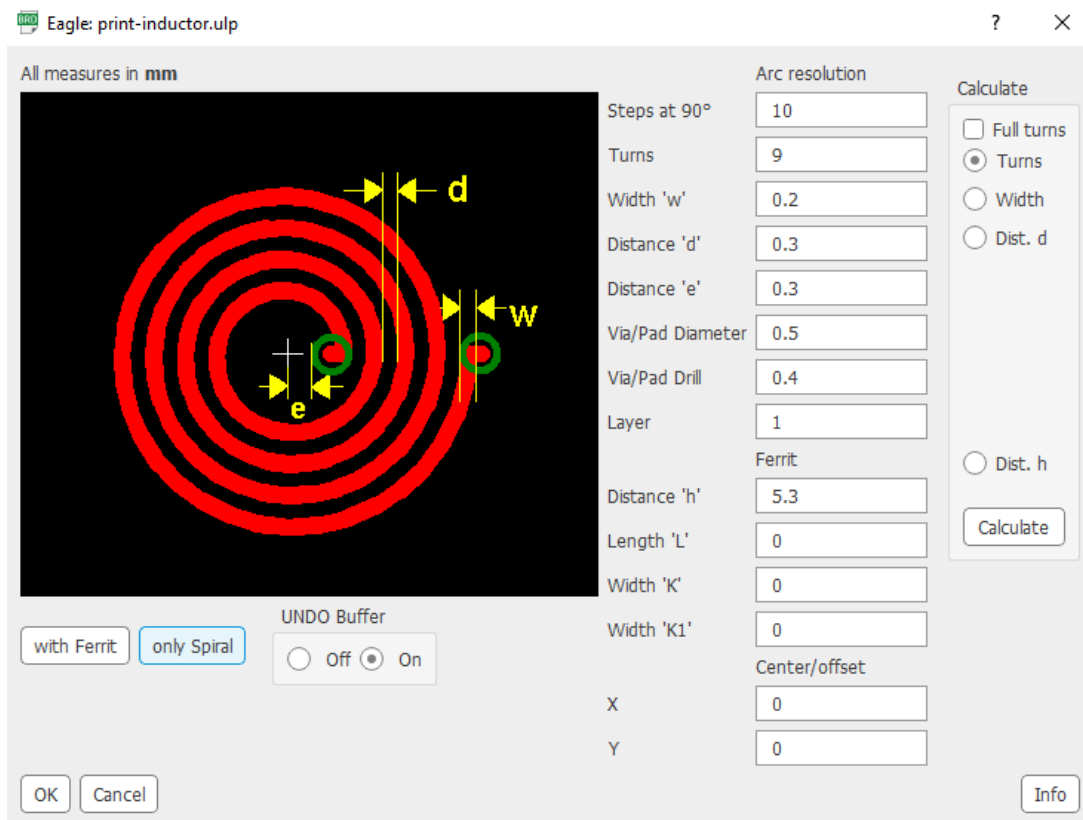
N ... počet závitů cívky

$$D_{avg} = \frac{D-d}{2} \quad (2.33)$$

$K_1, K_2$  jsou závislé na tvaru cívky viz tab. x [9]

Při výpočtech jsem využíval internetovou kalkulačku, která tento vztah využívá. Po získání parametrů cívek jsem provedl návrh v softwaru Eagle, který se používá pro návrh desek plošných spojů a mimojiné obsahuje nástroj pro rychlý návrh plošných cívek.

Tento nástroj umožňuje návrh plošných cívek bez jádra i s jádrem. Dle návrhu se poté dá plošná cívka realizovat.



Obr. 10: Nástroj pro návrh plošných cívek v prostředí Eagle

Při dodržení vnějšího průměru 35 mm a šířky závitu od 0,7 mm se dá dosahovat hodnot indukčností od stovek nH do jednotek  $\mu\text{H}$ . Pro měření budu využívat rezonanční metodu popsanou níže.

## 2.4 Kapacita

Elektrická kapacita  $C$  je schopnost všech vodičů uchovat elektrický náboj. Čím vyšší je kapacita, tím větší náboj je vodič schopen uchovat. Kapacita 1 F je schopnost uchovat náboj  $Q$  1 C při napětí 1 V.

$$C = \frac{Q}{U} [F] \quad (2.34)$$

V praktickém využití je možné se většinou setkat s hodnotami mnohem menšími než 1 F např.: pikofarady pF, nanofarady nF, případně mikrofarydy  $\mu\text{F}$  a milifarady mF. Kapacita obyčejného vodiče je ovšem velmi nízká, lepší využití nabízí soustava vodivých desek oddělených od sebe dielektrikem. Pro zapojení kapacity do obvodu se používají kondenzátory, které využívají právě tento princip. Kapacita kondenzátoru je poté dána plochou desek S, jejich vzájemnou vzdáleností d a permitivitou dielektrika  $\epsilon$ .

$$C = \epsilon \frac{S}{d} [F] \quad (2.35)$$

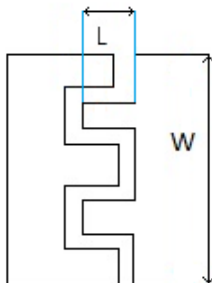
## 2.5 Návrh plošného kondenzátoru

Pro výpočet kapacity plošného kondenzátoru se nedá využít obecný vzorec pro kapacitu. Do vztahu totiž vstupují nové faktory např. jiný výpočet pro společnou plochu. Při výpočtu kapacity hřebenovitého plošného kondenzátoru je možné využít následující vztah:

$$C = \frac{\epsilon_r + 1}{w} * l * [(n - 3) * 0,089] + 0,1 [pF/cm] \quad (2.36)$$

[10]

Kde  $\epsilon_r$  je dielektrická konstanta,  $l$  délka jednoho výstupku [cm],  $n$  je počet celkový počet výstupků a  $w$  je délka základny kondenzátoru [cm]. [10]



Obr. 11: Návrh hřebenového plošného kondenzátoru

### 3 Praktický návrh

#### 3.1 Praktický návrh plošných cívek

Při návrhu plošné cívky jsem vycházel z toho, že chci dosáhnout vnějšího průměru maximálně 35 mm a zároveň šířky závitu od 0,7 mm. Tuto šířku jsem volil vzhledem k možnostem vyrobitelnosti v mých podmínkách. Navrhnul jsem cívky kruhového a čtvercového tvaru:

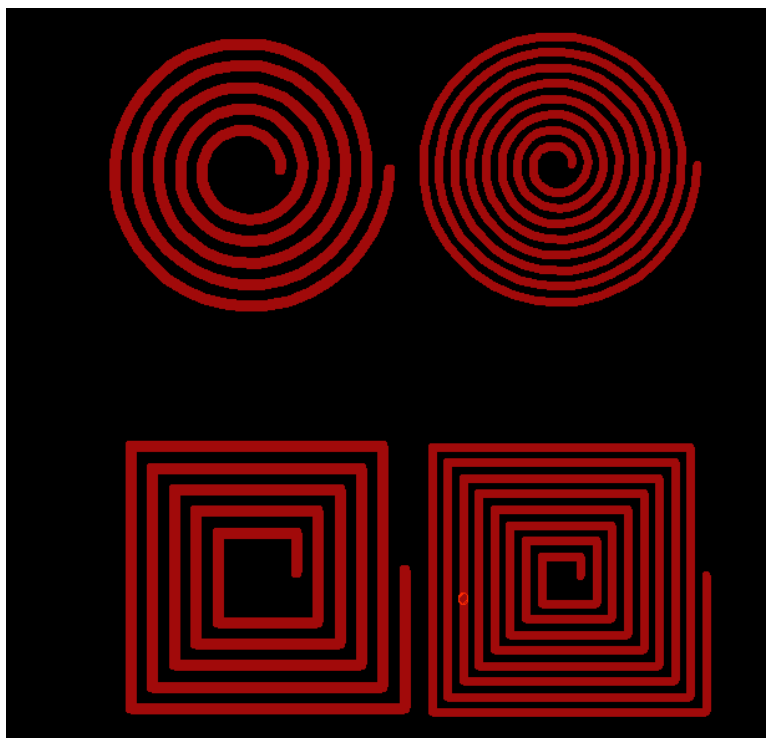
Tab. 5: Navrhované hodnoty pro kruhové plošné cívky

n [-]	8	5
w [mm]	1	1,389
s [mm]	1	1,389
din [mm]	5	10
dout [mm]	35	35
L [nH]	547,5	1030

Tab. 6: Navrhované hodnoty pro čtvercové plošné cívky

n [-]	8	5
w [mm]	1	1,389
s [mm]	1	1,389
din [mm]	5	10
dout [mm]	35	35
L [nH]	654,3	1230

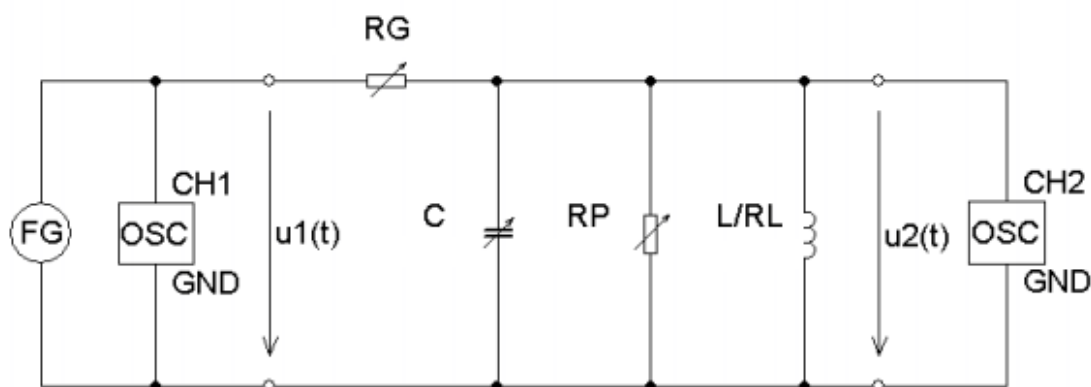
Parametry: n je počet závitů, w je šířka závitu, s je mezera mezi závity, din je vnitřní průměr, dout je vnější průměr a L je indukčnost.



Obr. 12: Navrhované cívky

### 3.2 Měření indukčnosti navrhnutých cívek

Pro měření využiji paralelní rezonanční obvod. Využiji zde toho, že paralelní rezonanční obvod má při rezonančním kmitočtu nejvyšší odpor.



Obr. 13: Schéma zapojení při měření napětí na kondenzátoru, cívce a rezistoru

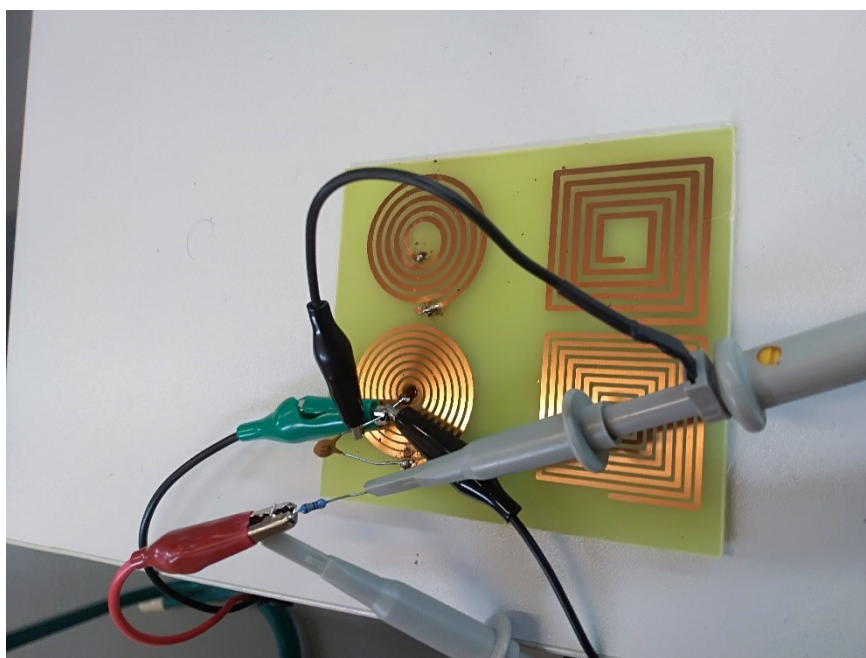
Na svorky funkčního generátoru jsem připojil měřenou cívku s připájenými konektory, kondenzátor a výstupní odpor. Kondenzátor o kapacitě 270 pF jsem volil tak, aby se rezonanční kmitočet pohyboval kolem 10 MHz. Hodnotu odporu rezistoru jsem zvolil 82  $\Omega$ . Na funkčním

generátoru jsem nastavil střídavé napětí 2 V. Poté jsem měnil kmitočet vstupního napětí a hledal bod, kdy odpor v obvodu bude nejvyšší. Toto jsem zjistil díky osciloskopu, kterým jsem měřil výstupní napětí. Při přibližování se k rezonančnímu kmitočtu roste výstupní napětí. Když bylo napětí nejvyšší, měnil jsem frekvenci velmi citlivě, abych co nejpřesněji našel rezonanční kmitočet obvodu.

Změřený rezonanční kmitočet  $f_0$  a známá hodnota kapacity kondenzátoru se poté dosadí do rovnice pro indukčnost cívky odvozenou z Thompsonova vztahu

$$L = \frac{\left(\frac{1}{2\pi f_{0Z}}\right)^2}{C} \quad (3.1)$$

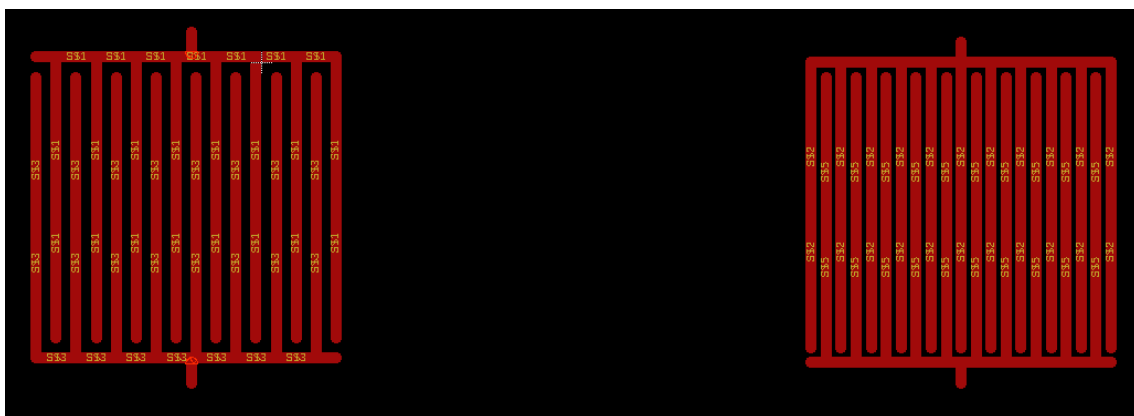
a tím se vypočítá reálná hodnota indukčnosti.



Obr. 14: Měření indukčnosti cívek rezonanční metodou

### 3.3 Praktický návrh plošných kondenzátorů

Návrh plošných kondenzátorů je možné provádět v softwaru Eagle. Pro srovnání teoreticky vypočítaných hodnot a reálně změřených je využito dvou kondenzátorů.



Obr. 15: Navrhované kondenzátory v softwaru Eagle

Tab. 7: Teoreticky vypočítané hodnoty kondenzátorů

n [-]	w [cm]	l [cm]	s [cm]	$\epsilon$ [-]	C [pF]
15	3,1	2,8	0,1	4,4	17,6
21	31	2,8	0,05	4,4	25,7

Parametry: n je počet výstupů, w je šířka strany kondenzátoru, l je délka výstupů, s je šířka mezi výstupy,  $\epsilon$  je permitivita a C je kapacita. Pro výpočet byl využit vztah (2.36).

### 3.4 Měření kapacit navrhnutých kondenzátorů

Pro měření kapacit realizovaných kondenzátorů bylo využito automatického měřiče BM591. Měřicí rozsah u tohoto měřiče pro kapacitu je od 0,1 pF až po 20 mF, je tedy vhodný pro měření navrhovaných kondenzátorů. [13]



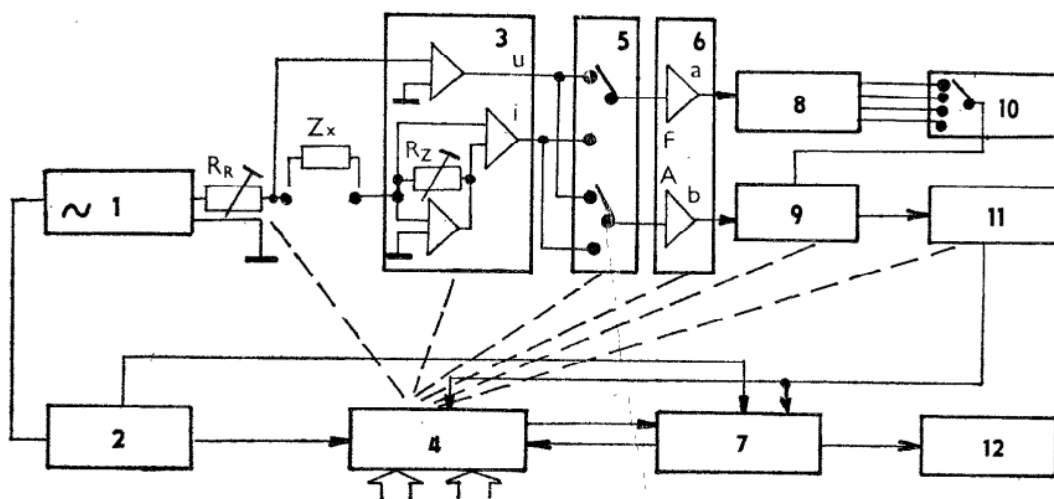
Obr. 16: Měřicí zařízení BM591

Při měření byl nastaven kmitočet na 1 kHz. Je užito způsobu, u něhož se měření impedance (admittance) odvozuje z měření napětí a proudu na neznámém objektu.

Zdroj měřicího kmitočtu (1) odvozeného z kmitočtové základny (2) napájí přes rozsahový odpor  $R_R$  neznámý měřený objekt  $Z_X$  připojený na svorky. Dva zesilovače (3) snímají napětí potřebná pro vyhodnocení impedance měřeného objektu. Jedno odpovídá velikosti měřicího napětí na neznámém objektu, druhé proudu, který jím protéká. Podle velikosti neznámé  $Z_X$  se mění měřicí rozsah pomocí rozsahového odporu  $R_R$  a  $R_Z$  a měřicí způsob (paralelní nebo sériová kombinace) přepnutím přepínače (5). Zesilovací kanál F, jednotky (6a), (8), (10) slouží pro fázovou referenci. Zesilovací kanál A a jednotka (6b) zesiluje signál na úroveň vhodnou pro fázový detektor (9). [13]

Kanálem A procházejí střídavě v rytmu měřicího cyklu obě napětí od měřeného objektu, jedno odpovídající napětí ( $u$ ), druhé odpovídající protékajícímu proudu ( $i$ ) na fázově citlivý detektor. Z usměrněných složek těchto napětí pak A/D převodník (11) vyhodnocuje stanovením jejich poměru měřený parametr ( $R$ ,  $L$ ,  $G$ ,  $C$ ,  $D$ ). Podle toho, o který parametr se jedná, v tomto případě o kapacitu, je třeba na fázový detektor přivádět klíčovací signály s fázovým posunem  $0^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $180^\circ$ ,  $270^\circ$ . Potřebný posuv fáze provádějí posouvače fáze (8) a volí přepínač (10). A/D převodník (11) mění poměr napětí na časový interval. Ten je vyhodnocen v čítači (7) a indikován na displeji (12). [13]

Celý průběh měřicího cyklu řídí řídicí jednotka (4). Tu je možno ovládat buď manuálně tlačítky na panelu nebo dálkově elektricky přes vstupy pro vnější ovládání. [13]



Obr. 17: Princip zapojení přístroje BM591



---

1	Zdroj měřicího kmitočtu
2	Kmitočtová základna
3	Snímač napětí a proudu
4	Řídící jednotka
5	Přepínače
6	Zesilovače kanálů
7	Čítač a paměti
8	Fázová reference
9	Fázově citlivý detektor
10	Fázový selektor
11	A/D převodník
12	Displej

Tab. 8: Součásti zapojení BM591

## 4 Srovnání vypočtených a reálných hodnot

### 4.1 Srovnání hodnot plošných cívek

Tab. 9: Srovnání teoretických a změřených hodnot kruhových plošných cívek

$L_{\text{navrhovaná}} [\text{nH}]$	$L_{\text{změřená}} [\text{nH}]$	$\Delta L [\text{nH}]$	$\Delta L [\%]$
547,5	481	66,5	12,1
1030	945	85	8,3

Tab. 10: Srovnání teoretických a změřených hodnot čtvercových plošných cívek

$L_{\text{navrhovaná}} [\text{nH}]$	$L_{\text{změřená}} [\text{nH}]$	$\Delta L [\text{nH}]$	$\Delta L [\%]$
654,3	549	105,3	16,1
1230	1090	140	11,4

Celkově jsem změřil indukčnost 4 navrhovaných cívek. Dvě měly kruhový tvar a dvě měly čtvercový tvar.

Procentuální odchylky u kruhových cívek jsou 12,1 % a 8,3 % a u čtvercových cívek jsou 16,1 % a 11,4 %. Průměrná procentuální odchylka činí zhruba 12 %. Odchylky od teoreticky spočítaných hodnot mohou být způsobeny několika důvody. Při leptání vodivé cesty na desce plošného spoje se může stát, že se v některých místech vyleptá i kousek závitů a tím se zmenší jeho šířka. Také při samotném měření mohla být způsobena chyba, protože se do paralelního rezonančního obvodu prvky zapojovaly přes vodiče, které mají na změřenou hodnotu indukčnosti vliv. Všechny cívky mají menší indukčnost, než byla teoreticky vypočtena.

Změřené indukčnosti cívek přes odchylky odpovídají navrženým hodnotám.

### 4.2 Srovnání hodnot plošných kondenzátorů

Tab. 11: Srovnání teoretických a změřených hodnot kondenzátorů

$C_{\text{navrhovaná}} [\text{pF}]$	$C_{\text{změřená}} [\text{pF}]$	$\Delta C [\text{pF}]$	$\Delta C [\%]$
17,6	17,2	0,4	2,3
25,7	27,7	2	7,8

U obou kondenzátorů vyšla změřená kapacita velmi přesně vůči navrhované. Maximální procentuální odchylka byla 7,8 %, tato metoda návrhu je tedy dobře využitelná pro výrobu plošných kondenzátorů.

Odchylky mohou být způsobeny například proleptáním větší mezery, než bylo plánováno v důsledku použité výrobní metody. Větší vliv na odchylky ale zřejmě má kapacita samotných vodičů, přes které byly kondenzátory měřeny.

## Závěr

V této práci jsou uvedeny možnosti realizace plošných prvků jako je cívka a kondenzátor metodou plošného spoje. Také jsem popsal některé jejich využití v obvodech.

V další části je rozepsán možný postup pro návrh těchto součástek. Pro můj návrh jsem si vybral 2 kruhové cívky, 2 čtvercové cívky a 2 hřebenovité kondenzátory. Návrh jsem prováděl za pomoci vztahů, které jsem v práci uvedl. Pro kreslení součástek jsem využíval software Eagle.

Hodnoty indukčností realizovaných cívek se s malými odchylkami shodovaly s hodnotami, které byly navrhovány. Hodnoty kapacit realizovaných kondenzátorů byly velmi přesné. Možné odchylky mohly být způsobeny parametry vodičů, přes které bylo měření prováděno. Celkově je výroba plošných cívek a kondenzátorů možná pouze v omezeném rozsahu, protože zabírají na desce velký prostor. Kvůli tomuto je možné dosahovat pouze nízkých hodnot indukčnosti a kapacity.

## Použitá literatura

- [1] ZÁHLAVA, Vít. Návrh a konstrukce desek plošných spojů: principy a pravidla praktického návrhu. Praha: BEN - technická literatura, 2010. ISBN 978-80-7300-266-4.
- [2] FAKTOR, Zdeněk. Transformátory a cívky. Praha: BEN - technická literatura, 1999. ISBN 80-86056-49-X.
- [3] FAKTOR, Zdeněk. Transformátory a tlumivky pro spínané napájecí zdroje. Praha: BEN - technická literatura, 2002. ISBN 80-86056-91-0.
- [4] MATUSZCZYK, Jacek. Antény prakticky. 2. české vyd. Praha: BEN - technická literatura, 2003. ISBN 80-7300-109-8.
- [5] VLČEK, Jiří. Jednoduchá elektrotechnika: základní zapojení, odpor, kapacita, indukčnost, magnetismus, střídavý proud, polovodiče, silnoproud, autoelektronika, zesilovače, zdroje, logické obvody. Praha: J. Vlček, 2005.
- [6] Elektrotechnická měření. Praha: BEN - technická literatura, 2002, s. 135-140, 150-151. ISBN 80-7300-022-9.
- [7] HARICH, Ľubomír a Viliam PROGNER. Elektrický odpor, kapacita a indukčnost. Bratislava: Alfa, 1980. Základy metrologie, zv. 3.
- [8] TEORIE OBVODŮ I. Ostrava, 2007. Dostupné také z: <http://www.elearn.vsb.cz/archived/FEI/TOI/TOI.pdf>. Studijní opora. Vysoká škola báňská.
- [9] Simple Accurate Expressions for Planar Spiral Inductances. IEEE JOURNAL OF SOLID-STATE CIRCUITS. 1999, 34(10), 1419-1424.
- [10] Interdigital capacitor calculator. RF Wireless World [online]. [cit. 2021-04-20]. Dostupné z: <https://www.rfwireless-world.com/calculators/interdigital-capacitor-calculator.html>
- [11] FAJT, VÁCLAV. A KOLEKTIV. Elektrická měření. Praha: SNTL, 1987, 376s
- [12] TŮMOVÁ, Olga. Elektrická měření: měřicí metody. Plzeň: Západočeská univerzita, 2005, s. 113-114. ISBN 80-7043-412-0.
- [13] TESLA BM 591: AUTOMATICKÝ MĚŘIČ RLCG. Brno, 1980
- [14] PCB inductors. *Coil32.net* [online]. 2015 [cit. 2021-4-29]. Dostupné z: <https://coil32.net/pcb-coil.html>